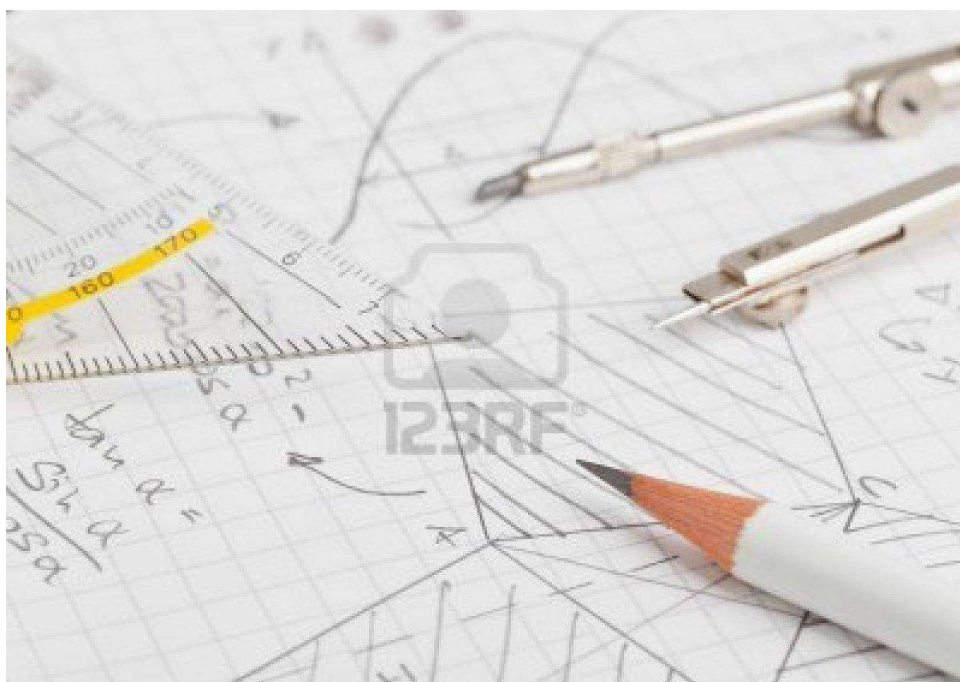


ACTIVITATS D'ESTIU DE MATEMÀTIQUES



CURS 4t ESO

Fes les activitats en fulls apart. Indica el número de l'activitat i has de copiar els apartats. No t'oblidis d'escriure totes les operacions i el procediment i no facis servir la calculadora (només per comprovar si ho has fet correctament).

Nom i cognoms:

CURS 20__ - 20__

Nombres reals

1. Escriu amb la simbologia adequada i representa gràficament els intervals següents de \mathbb{R} :

a) Tots els nombres menors de -4 .

b) Tots els nombres compresos entre -1 i 5 , ambdós inclosos.

2. Expressa els radicals següents mitjançant potències d'exponent fraccionari:

a) $\sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{x^2}$ b) $\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ c) $\sqrt[6]{\sqrt{c^3}}$

3. Posa en forma d'arrel les potències següents: a) $3^{\frac{2}{7}}$ b) $a^{-\frac{1}{2}}$

4. Simplifica al màxim les expressions següents:

a) $5\sqrt{2} - \sqrt{18} + 3\sqrt{72} - 3\sqrt{50}$ b) $\frac{3}{2}\sqrt{3} - \sqrt{\frac{12}{9}}$ c) $\frac{\sqrt[4]{a^2 \cdot b} \cdot \sqrt[3]{a \cdot b^5}}{\sqrt{a^3 \cdot b^5}}$

5. Racionalitza els denominadors:

a) $\frac{5}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ c) $\frac{4}{3 + \sqrt{5}}$ d) $\frac{2}{2\sqrt{3} - \sqrt{10}}$

Polinomis i fraccions algebraiques

6. Efectua les operacions següents i simplifica'n el resultat:

a) $x \cdot (x^2 - 1) - (2x + 3) \cdot (3x - 2)$ b) $(x - 1)^2 - (2x - 3) \cdot (2x + 3)$
 $(x - 1)^2 - (2x - 3) \cdot (2x + 3)$

7. Simplifica la fracció següent: $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$

8. Calcula, simplificant al màxim:

a) $\frac{2x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$ b) $\left(1 - \frac{y}{x}\right) : \left(1 + \frac{x}{y}\right)$ c) $\frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-9}$ d) $\frac{x^2+10x+25}{x^3+5x^2} : \frac{x^2+2x^2}{x^2-5x}$

9. Descompon en factors i digues quines són les arrels:

a) $x^3 - x - 6$

b) $x^4 + 2x^3 + x^2$

c) $4x^4 + 4x^3 - 3x^2 - 4x - 1$

10. Quin valor ha de tenir "c" en la divisió $(3x^3 - 14x^2 - 2x + c) : (x + \frac{1}{3})$

$(3x^3 - 14x^2 - 2x + c) : (x + \frac{1}{3})$ perquè el seu residu sigui 0?

Equacions, sistemes i inequacions

11. Resol les equacions següents:

a) $4x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

b) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

c) $x - \sqrt{7 - 3x} = 1$

d) $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x+2}{x-3} = \frac{1}{4}$

e) $\frac{15}{x} - 2 = \frac{72 - 6x}{2x^2}$

12. Resol els sistemes següents:

a)
$$\begin{cases} \frac{2(x+1)}{5} - \frac{3(y-2)}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{cases}$$

13. Amb dues classes de vernís, de 3,50 €/kg i d' 1,50 €/kg, volem obtenir un vernís de 2,22 €/kg. Quants quilos n'hem de posar de cada classe per obtenir 50 kg de la mescla?

14. Un grup d'estudiants de l'institut Puig i Castellar lloga un autocar per anar d'excursió i els costa 660 €. Si en fossin cinc més, cada un pagaria 22 € menys. Quants estudiants són i quant paga cadascú?

Funcions elementals

15. Donades la paràbola $y = -x^2 + 4x + 5$ i la recta $y = 9 + 8x$

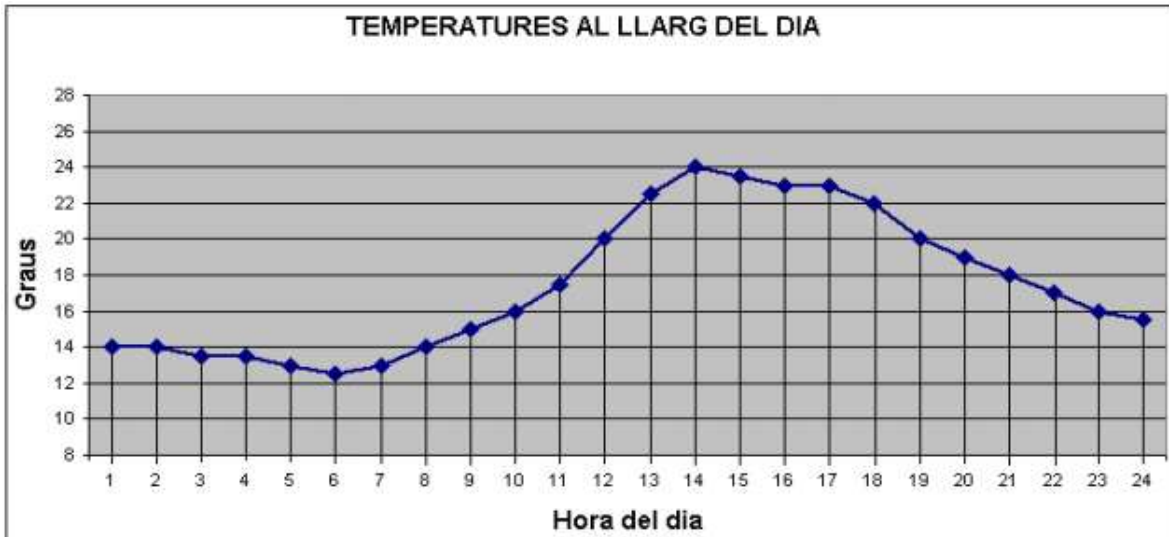
- Calcula les coordenades del vèrtex de la paràbola.
- Calcula els punts on es tallen la recta y la paràbola.
- Calcula, analíticament, els punts de tall de la paràbola amb els eixos de coordenades.
- Representa gràficament els resultats, dibuixant la recta i la paràbola.

16. Representa la següent funció definida a trossos i estudia la seva continuïtat en el punt de canvi:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x < 0 \\ 2 + x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

17. Donada la funció $y = \frac{1}{x-2}$:

20. Aquest gràfic mostra les temperatures al llarg d'un dia determinat del mes de maig. S'hi pot observar la variació hora a hora. Es demana: (1,2 punts)



- A quina hora s'ha produït la temperatura més baixa?
- Quina explicació meteorològica o astronòmica hi dones?
- A quina hora s'ha produït la temperatura més alta?
- Quina explicació hi dones?
- Entre quines hores hi ha hagut un major increment de temperatures, entre les 10 i les 12 o entre les 12 i les 14?
- Quina diferència de temperatura hi ha entre les 8 i les 17?

21. Les despeses anuals d'una empresa per a la fabricació de x ordinadors són

$$D(x) = 50x + 5000, \text{ i els ingressos } I(x) = 550x - 0,1x^2. \text{ (1,5 punts)}$$

- Escriu l'equació de la funció benefici $B(x)$.
- Quants ordinadors s'han de fabricar perquè el benefici sigui màxim?
- Quin és el benefici màxim?

Trigonometria

22. Utilitzant alguna de les relacions $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$ i

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + (\operatorname{tg} \alpha)^2 = \frac{1}{(\cos \alpha)^2},$$

calcula: (α és del primer quadrant)

- el cosinus i la tangent d'un angle agut α que verifica $\sin \alpha = 0,2$ $\sin \alpha = 0,2$
- el sinus i cosinus d'un angle agut α que verifica $\operatorname{tg} \alpha = 2$ $\operatorname{tg} \alpha = 2$
- troba amb la calculadora els angles corresponents

23. Calcula els costats i els angles d'un triangle rectangle en cada un dels casos següents:

- Un angle agut val 40° i un dels seus catets mesura 19 cm
- La hipotenusa mesura 6 cm i un dels angles aguts val 60°

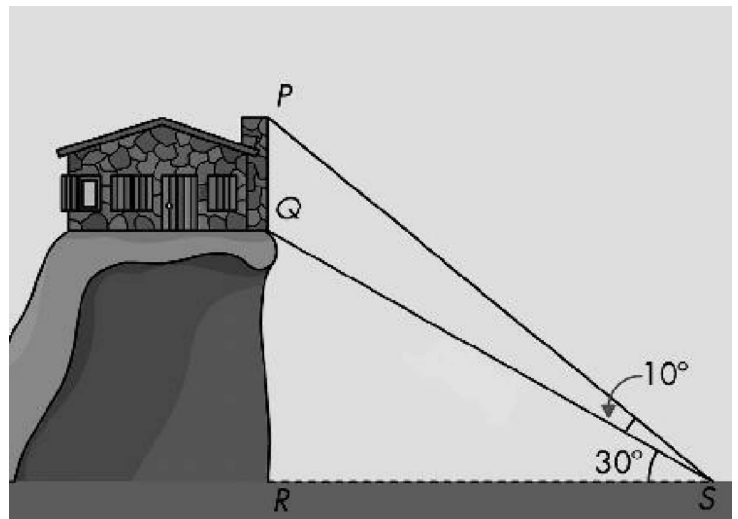
24. Calcula l'alçària d'una torre sabent que la seva ombra mesura 15 cm quan els rajos del Sol formen un angle de 40° amb el terra.

25. Des d'un cert punt s'observa la part més alta de la xemeneia d'una masia sota un angle de 60° . Endarrerint la posició 250 m en la direcció adient, l'angle esdevé de 30° . Quina és l'altura d'aquesta xemeneia?

26. Sabent que la distància entre Q i S és de 22 metres, calcula:

a) l'altura de l'edifici de la figura (Segment PQ).

b) la distància entre P i S



Estadística

27. La taula següent mostra el temps, en intervals, que triguen els alumnes d'un curs en anar de casa fins a l'escola:

Temps en minuts	[0,5)	[5,10)	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)
Alumnes (fi)	2	11	13	6	3	1

Calcula:

- a) la mitjana b) la variància c) la desviació típica d) Fes el gràfic.

28. En 4 viatges del trajecte Barcelona-Girona un conductor ha observat les velocitats mitjanes i els consums de gasolina següents:

Velocitat, km/h. x	105	117	90	120
Consum, litres y	6'5	7'5	6	8'2

- a) Representa el núvol de punts i el centre de gravetat (aquest últim en un color diferent)
- b) Troba el coeficient de correlació (digues si és forta o dèbil)
- c) Escriu la recta de regressió del consum respecte de la velocitat.
- d) Quin consum esperaríeu d'un viatge fet a 130 km/h de mitjana? I a 80 km/h?